

Задача А. Простые сложности

Имя входного файла: `again.in`
Имя выходного файла: `again.out`
Ограничение по времени: 5 секунды
Ограничение по памяти: 256 мегабайта

В этой жизни не всё так просто. Особенно числа. Вам дан набор чисел. Необходимо для каждого из них определить, является ли оно простым.

Формат входных данных

В первой строке входных данных содержится единственное число $1 \leq T \leq 5\,000$ — количество чисел, которые необходимо проверить на простоту. Далее содержится T целых положительных чисел, не превосходящих 10^{18} .

Формат выходных данных

В i -й строке выходных данных должно быть записано «YES», если i -е число является простым, и «NO» в противном случае.

Примеры

<code>again.in</code>	<code>again.out</code>
2	YES
3	NO
4	

Задача В. Система линейных сравнений

Имя входного файла: `chinese.in`
Имя выходного файла: `chinese.out`
Ограничение по времени: 4 секунды
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Дана система из двух линейных сравнений:

$$\begin{cases} x \equiv a \pmod{n}, \\ x \equiv b \pmod{m}; \end{cases}$$

где числа n и m не обязательно взаимно простые. Решите эту систему или определите, что она не имеет решений.

Формат входных данных

В первой строке входного файла записано единственное число $1 \leq t \leq 100\,000$. В следующих t строках содержатся по четыре целых числа a, b, n, m , задающих одну систему сравнений. Все числа не превосходят по модулю 10^4 , $n > 1$, $m > 1$.

Формат выходных данных

Программа должна вывести t строк, по одной на каждую систему.

В случае, если система не имеет решений, выведите строку "NO".

В случае, если решение есть, то необходимо вывести слово "YES" и два таких числа x_0 и p , $0 \leq x < p$, такие, что множество чисел $x = x_0 + kp$, где k — произвольное целое число является решением данной системы.

Примеры

chinese.in	chinese.out
3	YES 38 45
3 2 5 9	YES 1 45
1 1 5 9	NO
7 13 20 24	

Задача С. Диофантово уравнение

Имя входного файла: `dioph.in`
Имя выходного файла: `dioph.out`
Ограничение по времени: 2 секунды
Ограничение по памяти: 64 мегабайта

Даны натуральные числа a , b и c . Решите в целых числах уравнение $ax + by = c$. Среди множества решений следует выбрать такое, где x имеет наименьшее неотрицательное значение.

Формат входных данных

Входной файл содержит три целых числа a и b и c ($1 \leq a, b, c \leq 10^4$).

Формат выходных данных

В выходной файл выведите искомые x и y через пробел. Если решения не существует, выведите одну строку «Impossible».

Примеры

dioph.in	dioph.out
1 2 3	1 1

Задача D. Мультипликативные функции

Имя входного файла: стандартный ввод
Имя выходного файла: стандартный вывод
Ограничение по времени: 7.5 секунд
Ограничение по памяти: 1024 мегабайта

Функция Эйлера $\varphi(x)$ — это функция, по целому положительному числу x возвращающая количество целых чисел от 1 до x , взаимно простых с x .

Функция делителей $d(x)$ — это функция, по целому положительному числу x возвращающая количество целых чисел от 1 до x , являющихся делителями x .

Сумма делителей $\sigma(x)$ — это функция, по целому положительному числу x возвращающая сумму целых чисел от 1 до x , являющихся делителями x .

Вам необходимо найти значения этих трёх функций для нескольких различных целых x .

Формат входных данных

В первой строке находится целое число n — количество точек, в которых надо найти значения мультипликативных функций ($1 \leq n \leq 10$).

В каждой из следующих n строк находится по одному целому числу x_i ($1 \leq x_i \leq 10^{18}$).

Формат выходных данных

Выведите $3n$ чисел в n строках. В i -й строке должны находиться $\varphi(x_i)$, $d(x_i)$, $\sigma(x_i)$, разделённые пробелами.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
10	1 1 1
1	1 2 3
2	2 2 4
3	2 3 7
4	4 2 6
5	2 4 12
6	6 2 8
7	4 4 15
8	6 3 13
9	4 4 18
10	
3	497755460308377600 16
999999999999999998	1506733683594470016
999999999999999999	441994921381739520 640
1000000000000000000	2168369906226585600
	400000000000000000 361
	2499995231628286897

Задача Е. Решето Эратосфена за линейное время

Имя входного файла: стандартный ввод
Имя выходного файла: стандартный вывод
Ограничение по времени: 6 секунд
Ограничение по памяти: 1024 мегабайта

Для целого $x \geq 2$ обозначим $\text{MinPrime}(x)$ функцию, возвращающую наименьший простой делитель числа x . Найдите сумму $\text{MinPrime}(x)$ по всем x в пределах от L до R .

Формат входных данных

В единственной строке находятся два целых числа L и R — границы отрезка натурального ряда ($2 \leq L \leq R \leq 10^8$).

Формат выходных данных

Выведите одно число — искомую сумму.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
2 2	2
3 3	3
4 4	2
5 5	5
6 6	2
7 7	7
2 7	21
2 100000000	279218813374515

Задача F. Дискретное логарифмирование

Имя входного файла: `log.in`
Имя выходного файла: `log.out`
Ограничение по времени: 4 секунды
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Даны натуральные числа a , b , n . Требуется найти *дискретный логарифм* b по основанию a по модулю n , то есть такое число x ($0 \leq x < n$), что $a^x \equiv b \pmod{n}$.

Формат входных данных

В первой строке входного файла заданы через пробел три целых числа a , b и n ($0 \leq a, b, n \leq 10^{12}$), $n \geq 2$.

Формат выходных данных

В первой строке выходного файла выведите -1 , если дискретного логарифма не существует. Иначе следует вывести его значение.

Если ответ неоднозначен, разрешается выводить любой.

Примеры

<code>log.in</code>	<code>log.out</code>
2 4 6	2
1342 134001340034 134	65

Задача G. Все обратные по модулю

Имя входного файла: стандартный ввод
Имя выходного файла: стандартный вывод
Ограничение по времени: 5 секунд
Ограничение по памяти: 512 мегабайт

Дано простое число p . Найдите обратные по модулю p ко всем числам от 1 до $p - 1$.

Формат входных данных

Первая строка содержит число p ($1 \leq p \leq 10^8$).

Формат выходных данных

Для каждого числа от 1 до $p - 1$ требуется посчитать обратное по модулю p . Так как чисел очень много, сначала выведите сумму обратных для первых 100 чисел по модулю p , потом для вторых 100 чисел по модулю p , потом для третьих 100 чисел и так далее. Если $p - 1$ не делится на 100, последнее из выведенных вами чисел будет состоять из суммы меньше, чем 100 слагаемых.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
2	1
5	0

Замечание

Обратите внимание, что сумма 100 чисел тоже берется по модулю, так что все числа, которые вы выводите не должны превышать $p - 1$.

Задача Н. Пётя

Имя входного файла: стандартный ввод
Имя выходного файла: стандартный вывод
Ограничение по времени: 4.5 секунд
Ограничение по памяти: 512 мегабайт

Петя хочет посчитать значения $\phi(1), \phi(2), \dots, \phi(n)$. И вы должны ему помочь в этом.

Он опаздывает на поезд в Петербург, так что лимит по времени в этой задаче поставлен примерно впритык. Также в этой задаче маленький лимит по памяти, потому что ноутбук Петра очень старый и не может выделить на решение задачи больше чем данное количество памяти.

Формат входных данных

Число n ($1 \leq n \leq 10^8$).

Формат выходных данных

Для каждого числа от 1 до n требуется посчитать функцию Эйлера от него. Так как чисел очень много, сначала выведите сумму функций Эйлера для первых 100 чисел, потом для вторых 100 чисел, потом для третьих 100 чисел и так далее. Если n не делится на 100, последнее из выведенных вами чисел будет состоять из суммы меньше, чем 100 слагаемых.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
10	32
200	3044 9188

Задача I. Факторизация

Имя входного файла: pollard.in
Имя выходного файла: pollard.out
Ограничение по времени: 3 секунды
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Дано натуральное число. Факторизуйте его, то есть представьте в виде произведения набора простых чисел. Число p называется простым, если имеет ровно два различных натуральных делителя: 1 и p .

Формат входных данных

В единственной строке записано единственное натуральное число N . $2 \leq N \leq 9 \cdot 10^{18}$.

Формат выходных данных

Выведите в неубывающем порядке одно или несколько простых чисел, произведение которых равно N .

Примеры

pollard.in	pollard.out
6	2 3
7	7

Задача J. Хорошие массивы

Имя входного файла: стандартный ввод
Имя выходного файла: стандартный вывод
Ограничение по времени: 4 секунды
Ограничение по памяти: 1024 мегабайта

Совсем недавно Вася узнал, что числа можно делить друг на друга нацело. Невероятно воодушевленный этим знанием, он стал изучать массивы, в которых одни числа делятся на другие. Вася называет массив из n целых положительных чисел $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ *хорошим*, если для любого i от 1 до $n - 1$ число a_i делится нацело на число a_{i+1} . Вася очень любит изучать хорошие массивы, а поэтому ему интересно, сколько всего существует хороших массивов размера n , все числа в которых не превосходят c .

Формат входных данных

В единственной строке даны два целых числа n и c ($1 \leq n, c \leq 5 \cdot 10^7$) — количество чисел в массиве и максимальное значение чисел в массиве.

Формат выходных данных

Выведите единственное число — количество хороших массивов из n целых положительных чисел, не превосходящих c . Так как искомое количество массивов может быть слишком большим, выведите его по модулю 998 244 353.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
3 3	7
2 6	14

Замечание

В первом примере подходят следующие массивы: $(1, 1, 1)$, $(2, 1, 1)$, $(3, 1, 1)$, $(2, 2, 1)$, $(3, 3, 1)$, $(2, 2, 2)$, $(3, 3, 3)$.

Во втором примере удовлетворяют условиям 14 массивов: $(1, 1)$, $(2, 1)$, $(3, 1)$, $(4, 1)$, $(5, 1)$, $(6, 1)$, $(2, 2)$, $(4, 2)$, $(6, 2)$, $(3, 3)$, $(6, 3)$, $(4, 4)$, $(5, 5)$, $(6, 6)$.

Задача К. Первообразный корень по простому модулю

Имя входного файла: `primroot.in`
Имя выходного файла: `primroot.out`
Ограничение по времени: 2 секунды
Ограничение по памяти: 64 мегабайта

Дано простое нечётное число p . Требуется найти минимальный первообразный корень по модулю p .

Формат входных данных

Первая строка входного файла содержит простое число p ($3 \leq p \leq 10^9$).

Формат выходных данных

Выведите ответ на поставленную задачу.

Примеры

<code>primroot.in</code>	<code>primroot.out</code>
3	2
239	7
127	3

Задача L. Задача для шестиклассника

Имя входного файла: `sqrt.in`
Имя выходного файла: `sqrt.out`
Ограничение по времени: 4 секунды
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Вам требуется найти такое x , что:

$$x^2 = a \pmod{m}$$

Формат входных данных

В первой строке входного файла записано число k ($1 \leq k \leq 50$) — количество тестовых наборов во входном файле. Далее идут k строк, описывающих тестовые наборы. Каждый набор содержит 2 числа — a и m ($0 \leq a \leq 10^9$, $1 \leq m \leq 10^9$).

Формат выходных данных

Для каждого набора выведите число x или IMPOSSIBLE, если такого x не существует.

Примеры

sqrt.in	sqrt.out
3	1
1 3	4
7 9	IMPOSSIBLE
2 4	